

חוברת קיץ לעולים לכיתה י"א 5 יח"ל

תלמידים יקרים שימו לב!

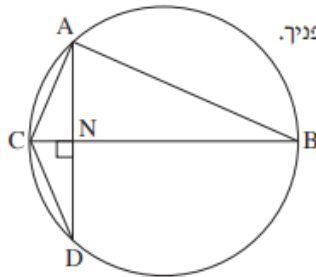
- ✓ חוברת הקיץ מכילה את כל הנושאים שלמדנו במהלך שנה"ל תשפ"ב
- ✓ מטרת חוברת הקיץ היא להכין אתכם באופן מיטבי לשנה"ל הבאה.
- ✓ מועד הגשת חוברת הקיץ יהיה עד 4.9.2022
- ✓ את הפתרונות יש לפתור במחברת ולהגיש **בקלסרום**.
- ✓ הציון על חוברת הקיץ יהווה משקל לציון מחצית א'
- כל כותרת מהווה קישור למבחן הבגרות ממנו נלקחו השאלות.
- ניתן להיעזר באתרים שונים על מנת לבדוק את הפתרונות.

מאחלים לכם חופשה בטוחה ומהנה!!

צוות המורים למתמטיקה

4. המשולש ABC חסום במעגל כך ש-BC הוא קוטר במעגל.

מקודקוד A העבירו אנך לצלע BC.



האנך חותך את הצלע BC בנקודה N ואת המעגל בנקודה D, כמתואר בציור שלפניך.

א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta NDC$.

ב. הוכח: ΔACD הוא משולש שווה שוקיים.

ג. הוכח: $AC^2 = NC \cdot BC$.

ד. נתון כי $CD = 4$, וכי רדיוס המעגל שווה ל-5. חשב את אורך הקטע NC.

5. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) שבציור שלפניך נתון:

$BC = 4$, $DC = 7$, $BD = 6$

א. חשב את גודל הזווית BDC.

נתון: $AB = AD$.

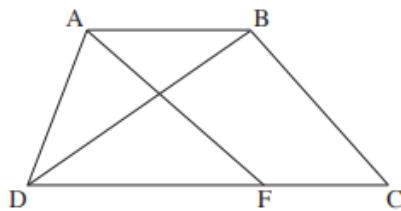
ב. מצא את אורך הצלע AD.

הנקודה F נמצאת על הצלע DC.

נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DF.

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF.



6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3 < x < 1$.

(2) הסתמך על הסרטוט בתת-סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = -2$.

8. במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20.

בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור).

נסמן ב- x את אורך הקטע BE.

א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

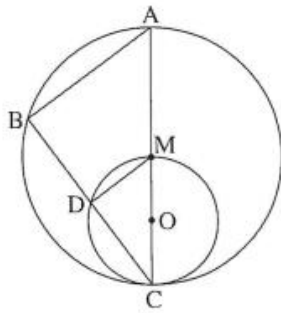
(2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.

ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.

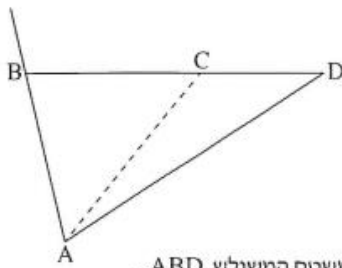
ב. חשב את שטח המשולש AED.



בהצלחה!



4. בצירוף שלפניך שני מעגלים: מעגל גדול שמרכזו M ומעגל קטן שמרכזו O. המעגל הקטן משיק מבפנים למעגל הגדול בנקודה C, ועובר דרך הנקודה M (ראה ציור).
 הקטע CM עובר דרך הנקודה O, והמשכו חותך את המעגל הגדול בנקודה A. דרך הנקודה C העבירו ישר נוסף, החותך את המעגלים בנקודות D ו-B, כמתואר בציור.
- א. (1) הוכח: $\angle ABC = \angle MDC$.
 (2) הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle MDC$.
- ב. (1) הוכח כי DM הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 (2) מהו היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש MDC? נמק.
- ג. נתון: $DM = 2.4$, $CO = 2$.
 חשב את אורך הקטע BC.

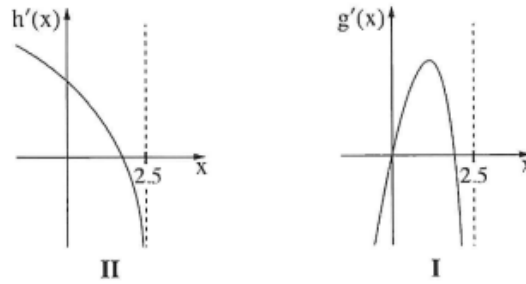


5. במשולש ABD הנקודה C נמצאת על הצלע BD (ראה ציור). נתון: $AD = 10$, $CD = 4$, $AC = 7$.
- א. חשב את גודל הזווית ACD.
 נתון: $AB = BC$.
- ב. חשב את שטח המשולש ABD.
 הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB כך ששטח המשולש EBD קטן פי 4 משטח המשולש ABD.
 מהו אורך הצלע EB? נמק.

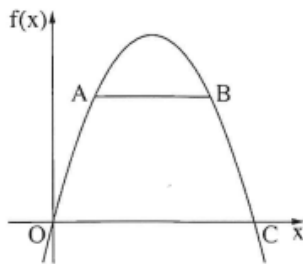
6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x . בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
 נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x .
- ב. (1) מצא את c .
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7. לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו- $h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרת של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $g'(x)$ ו- $h'(x)$ מוגדרות בתחום $x < 2.5$.



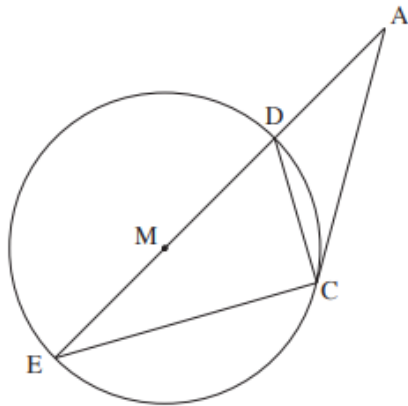
- א. קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בתחום $x < 2.5$. נמק את תשובתך. (התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).
- ב. הפונקציה $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5 - 2x}$ מוגדרת בתחום $x \leq 2.5$. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (II-I) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע מי מהם הוא הגרף של $f'(x)$. נמק.



8. גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x$ עובר בראשית הצירים, O, וחותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).
- א. מצא את שיעורי הנקודה C.
- ב. הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, כמתואר בציור. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- x . נתון כי שיעור ה- x של הנקודה B שווה ל- $(4-x)$.
- ג. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה- x .
- ד. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

4. נתון מעגל שמרכזו M.

מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה C, וישר נוסף העובר דרך הנקודה M וחותך את המעגל בנקודות D ו-E, כמתואר בציור.



א. הוכח: $\triangle ADC \sim \triangle ACE$.

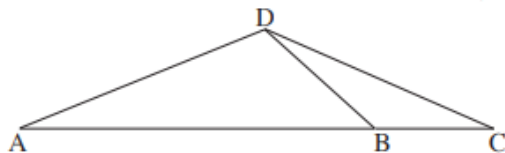
ב. הוכח: $\angle ACD = \angle MCE$.

ג. הוכח: $\angle MCA = \angle ECD$.

ד. נתון: $MD = DA$.

הוכח כי המשולש MCD הוא שווה צלעות.

5. במשולש ADC הנקודה B נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).



נתון: $\angle ADB = 110^\circ$, $AD = 4$.

שטח המשולש ADB הוא 5.

א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. מצא את גודל הזווית DBA.

נתון: האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC הוא 3.

ג. חשב את אורך הצלע DC.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה f(x) היא $x = -1$.

א. מצא את a.

הצב $a = 5$ וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה f(x) המאונכות לצירים.

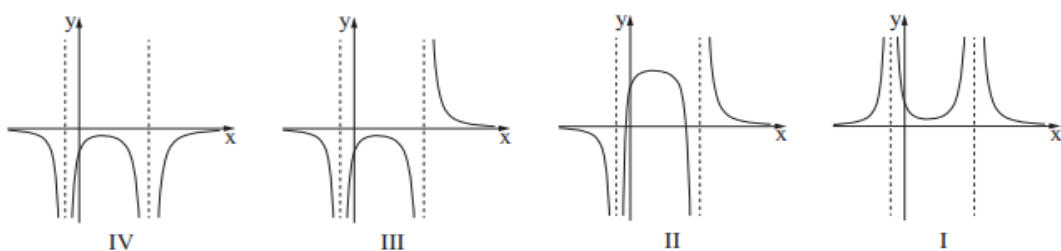
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה f(x) (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (I-IV) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$. נמק.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}$ שתחום הגדרתה הוא $-3 \leq x \leq 3$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

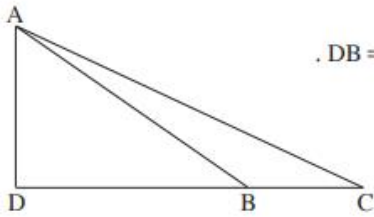
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 5$ עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.



8. נתון משולש ישר זווית ADC ($\angle ADC = 90^\circ$).

מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש- $DB = 2BC$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.

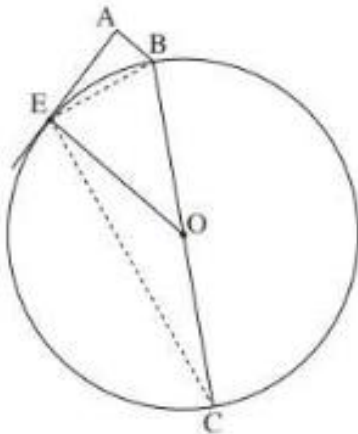
נסמן: $BC = x$.

א. הבע באמצעות x את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.

ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2 הוא מינימלי. נמק.

חורף 2021 מועד רגיל (פברואר)

4. BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.



דרך הנקודה E, הנמצאת על המעגל, העבירו משיק למעגל, הנקודה A היא נקודה על המשיק כך ש- $EO \parallel AB$ (ראה ציור).

א. הוכח: $\angle EAB = 90^\circ$.

ב. הוכח: $\triangle EAB \sim \triangle CEB$.

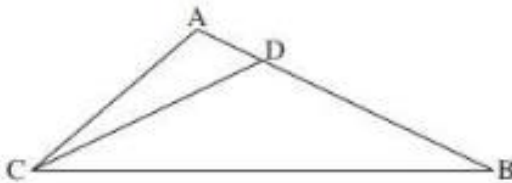
ג. הוכח: $EB^2 = AB \cdot CB$.

נתון: $\frac{CB}{EB} = 3$.

ד. חשב את היחס בין שטח המשולש EBO

ובין שטח המשולש EAB $\left(\frac{S_{\triangle EBO}}{S_{\triangle EAB}} \right)$.

5. הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC



כך ש- $AD = \frac{1}{3}AC$ (ראה ציור).

נתון: $\angle ACD = 15^\circ$,

הזווית ADC היא זווית חדה.

א. חשב את גודל הזווית ADC.

נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ($CD = DB$) ושטחו שווה ל-40.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה P היא אמצע הקטע CD.

ג. חשב את אורך הקטע PB.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{bx^2}{x^2 - 4x + 3}$. b הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מהו ערכו של הפרמטר b?

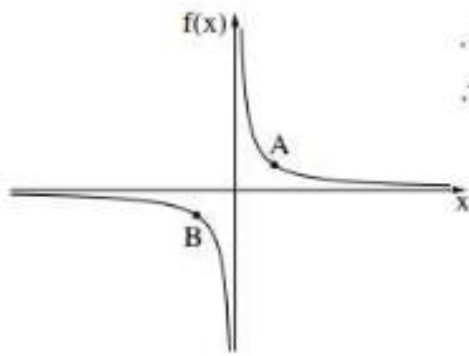
הצב את הערך של b שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

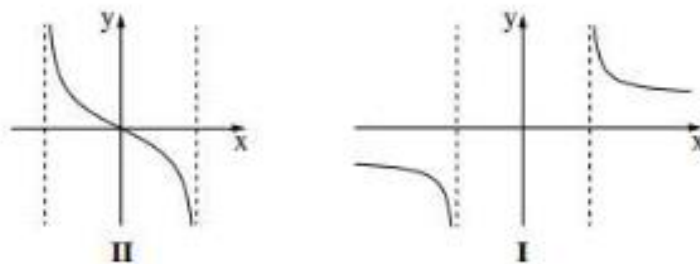
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x}$, המוגדרת לכל $x \neq 0$. הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בציור שלפניך.
- $x_B = -1$ ו- $x_A = t$.
- א. הבע באמצעות t את AB^2 .
- ב. (1) בעבור איזה ערך של t הגודל AB^2 הוא מינימלי?
 (2) הסתמך על תת-סעיף ב(1) וקבע בעבור איזה ערך של t אורך הקטע AB הוא מינימלי. נמק.

8. לפניך סרטוטים של שני גרפים, I ו-II. כל אחד מן הגרפים מתאר גרף נגזרת של פונקציה אחרת. גרף I אינו חותך את הצירים כלל; נקודת החיתוך היחידה של גרף II עם הצירים היא הנקודה $(0, 0)$. לכל אחד משני הגרפים יש אסימפטוטות אנכיות שמשוואותיהן הן $x = \pm 2$.



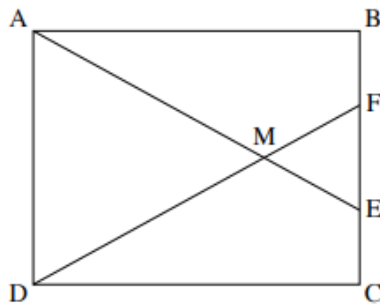
- א. הסתמך על הגרפים I ו-II ובעבור כל אחד מהם מצא מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה שאת הנגזרת שלה הוא מתאר.

נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2-4}$. כל אחד מן הגרפים I ו-II מתאר את פונקציית הנגזרת של אחת מן הפונקציות האלה.

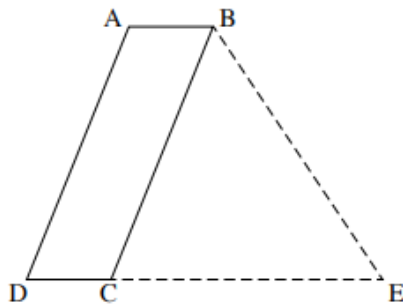
- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 (2) התאם בין פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ו- $g'(x)$ ובין הגרפים I ו-II. נמק.

ענה על סעיף ג בעבור כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



4. המרובע ABCD הוא מלבן.
 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע BC, כמתואר בציור.
 הקטעים AE ו-DF נחתכים בנקודה M.
 א. הוכח: $\Delta AMD \sim \Delta EMF$.
 נתון: $AE = DF$.
 ב. הוכח: $BF = EC$.
 נתון: $AD = 10$, $FB = 3$.
 ג. חשב את היחס: $\frac{DF}{DM}$.



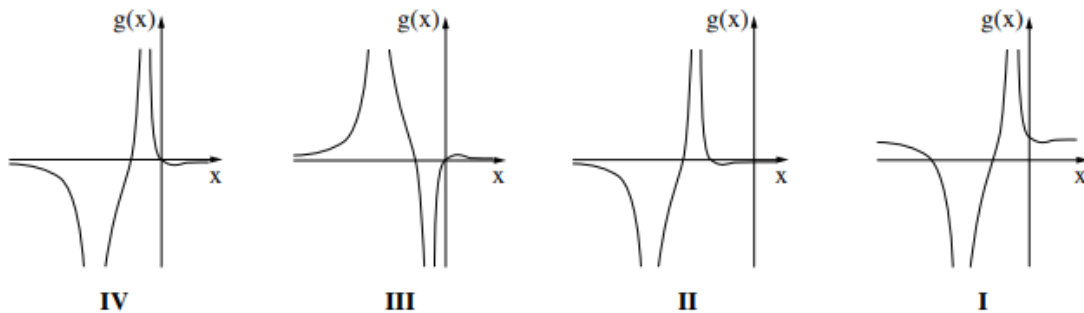
5. נתונה מקבילית ABCD, כמתואר בציור.
 נתון: $\angle ABC = 68^\circ$, $AB = a$, $AD = 3a$, $BD = 28$.
 א. מצא את a .
 ב. חשב את זווית המשולש DBC.
 הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.
 נתון: שטח המשולש BED הוא 356.
 ג. מצא את אורך הקטע CE.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-1}{x+2} + \frac{k}{x+6}$. k הוא פרמטר.
 נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -3$.
 א. מצא את הפרמטר k .

- הצב $k = 9$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב-ג.
 ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לצירים.
 (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

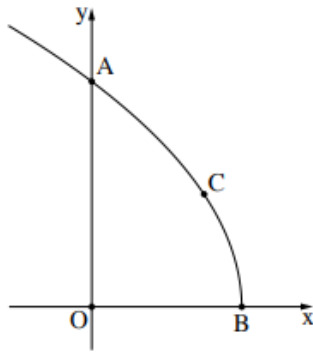
נתונה הפונקציה: $g(x) = f'(x)$.

- ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבע איזה, ונמק את קביעתך.



7. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot (2x - 1)$ המוגדרת לכל x .
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \cdot \sqrt{9 - 3x}$.



- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה B . הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון (ראה ציור). הנקודה O היא ראשית הצירים. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C .
- הבע באמצעות t את שטח המשולש AOC ואת שטח המשולש BOC .
- מצא בעבור איזה ערך של t סכום שטחי המשולשים הוא מקסימלי.
 - מצא את הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים.