

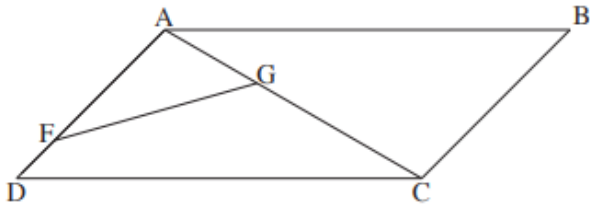
חוברת קיץ לעולים לכיתה י"א 5 יח"ל

תלמידים יקרים שימו לב!

- ✓ חוברת הקיץ מכילה את כל הנושאים שלמדנו במהלך שנה"ל תשפ"ג
- ✓ מטרת חוברת הקיץ היא להכין אתכם באופן מיטבי לשנה"ל הבאה.
- ✓ מועד הגשת חוברת הקיץ יהיה עד 7.9.2023
- ✓ את הפתרונות יש לפתור במחברת ולהגיש **בקלסרום**.
- ✓ הציון על חוברת הקיץ יהווה משקל לציון מחצית א'
- כל כותרת מהווה קישור למבחן הבגרות ממנו נלקחו השאלות.
- ניתן להיעזר באתרים שונים על מנת לבדוק את הפתרונות.

מאחלים לכם חופשה בטוחה ומהנה!!

צוות המורים למתמטיקה



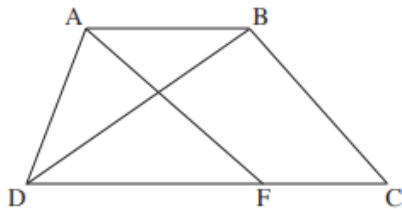
4. בצירוף שלפניך מתוארת המקבילית ABCD.
 G היא נקודה על האלכסון AC במקבילית.
 F היא נקודה על הצלע AD.
 נתון: $\angle FGA = \angle ABC$.
 א. (1) הוכח: $\triangle FGA \sim \triangle ABC$.
 (2) הוכח: $AF \cdot DC = FG \cdot AC$.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא 20, וכי שטח המשולש FGA הוא 5.

ב. חשב את היחס $\frac{AF}{AC}$.

נתון: $FG \parallel DB$,

- אלכסוני המקבילית נחתכים בנקודה H.
 ג. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle BHC$.



5. בסרפז ABCD ($AB \parallel DC$) שבצירוף שלפניך נתון:

$BC = 4$, $DC = 7$, $BD = 6$.

א. חשב את גודל הזווית $\angle BDC$.

נתון: $AB = AD$.

ב. מצא את אורך הצלע AD.

הנקודה F נמצאת על הצלע DC.

נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DF.

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3 < x < 1$.

(2) הסתמך על הסרטוט בתת-סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -2$.



8. במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20.

בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור).

נסמן ב- x את אורך הקטע BE.

א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

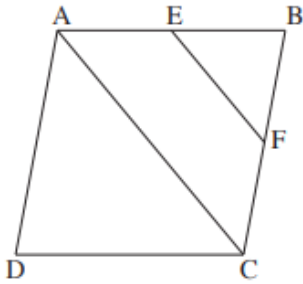
(2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.

ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.

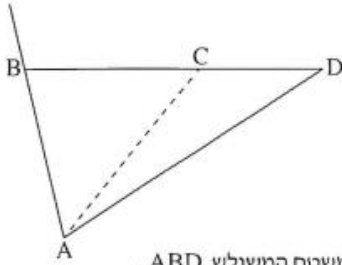
ב. חשב את שטח המשולש AED.

בהצלחה!

חורף 2020 (שאלה 4 חורף מאוחר 2021)



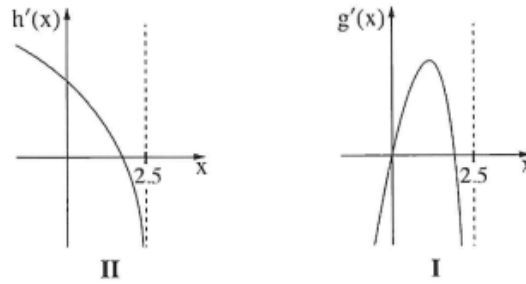
4. בסרטוט שלפניך מתואר מעוין ABCD . הנקודות E , F הן אמצעי הצלעות AB , BC בהתאמה .
- א. הוכח כי $EF \parallel AC$.
- ב. (1) הוכח: $\Delta EBF \sim \Delta ABC$.
- (2) מצא את היחס בין שטח המשולש EBF ובין שטח המעוין ABCD .
- ג. הוכח כי $BD \perp EF$.
- נתון: היקף המעוין הוא 32 ,
- $EF = 2\sqrt{7}$.
- M היא נקודת החיתוך של BD ו- EF .
- ד. (1) מצא את BM .
- (2) מצא את MD .



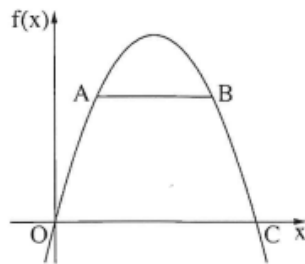
5. במשולש ABD הנקודה C נמצאת על הצלע BD (ראה ציור) . נתון: $AD = 10$, $CD = 4$, $AC = 7$.
- א. חשב את גודל הזווית ACD .
- נתון: $AB = BC$.
- ב. חשב את שטח המשולש ABD .
- הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB כך ששטח המשולש EBD קטן פי 4 משטח המשולש ABD .
- ג. מהו אורך הצלע EB ? נמק.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה .
- (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית .
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר .
- נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x .
- ב. (1) מצא את c .
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7. לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו- $h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרת של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $g'(x)$ ו- $h'(x)$ מוגדרות בתחום $x < 2.5$.

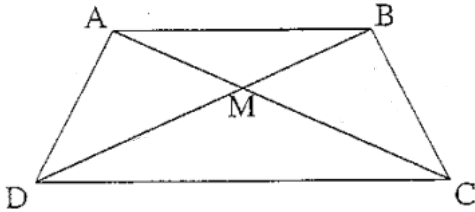


- א. קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בתחום $x < 2.5$. נמק את תשובתך. (התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).
- ב. הפונקציה $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5 - 2x}$ מוגדרת בתחום $x \leq 2.5$. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (II-I) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע מי מהם הוא הגרף של $f'(x)$. נמק.



8. גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x$ עובר בראשית הצירים, O, וחותר את ציר ה- x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).
- א. מצא את שיעורי הנקודה C.
- ב. הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, כמתואר בציור. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- x . נתון כי שיעור ה- x של הנקודה B שווה ל- $(4-x)$.
- ג. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה- x .
- ד. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

4. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים (בפנים המרובע)



בנקודה M (ראה ציור)

נתון: שטח המשולש ABM הוא 5 סמ"ר,

שטח המשולש ADM הוא 10 סמ"ר,

שטח המשולש DCM הוא 20 סמ"ר.

א. מצא את היחס:

$$\frac{BM}{MD} \quad (1)$$

$$\frac{AM}{MC} \quad (2)$$

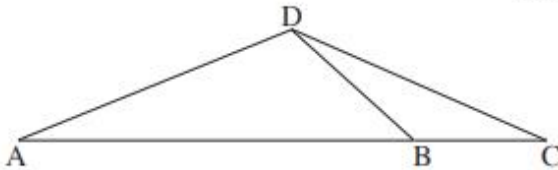
ב. (1) הוכח כי $\triangle AMB \sim \triangle CMD$.

(2) הוכח כי $AB \parallel DC$.

ג. נתון גם כי המרובע ABCD הוא בר חסימה במעגל.

הוכח כי $\triangle ADC \cong \triangle BCD$.

5. במשולש ADC הנקודה B נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).



נתון: $\angle ADB = 110^\circ$, $AD = 4$,

שטח המשולש ADB הוא 5.

א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. מצא את גודל הזווית DBA.

נתון: האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC הוא 3.

ג. חשב את אורך הצלע DC.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה f(x) היא $x = -1$.

א. מצא את a.

הצב $a = 5$ וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה f(x) המאונכות לצירים.

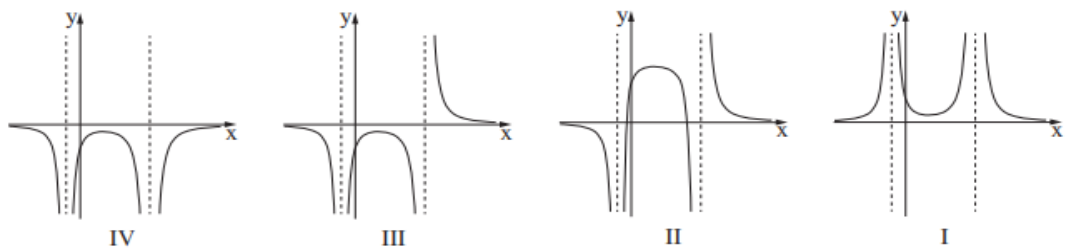
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה f(x) (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (IV-I) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$. נמק.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-2x^4 + 16x^2 + 18}$ שתחום הגדרתה הוא $-3 \leq x \leq 3$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = 5$ עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

8. נתון משולש ישר זווית ADC ($\angle ADC = 90^\circ$).

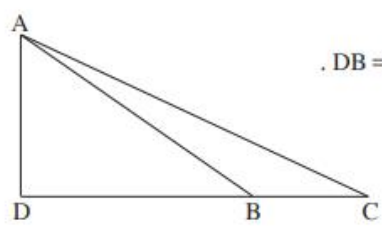
מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש- $DB = 2BC$.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.

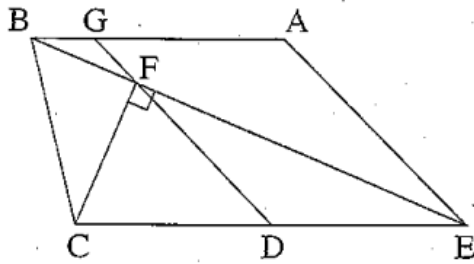
נסמן: $BC = x$.

א. הבע באמצעות x את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC .

ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2 הוא מינימלי. נמק.



חורף 2021 מועד רגיל (פברואר) (שאלה 4 חורף 2012)



4. בטרפז $ABCE$ ($CE \parallel BA$) היא נקודה F

על האלכסון BE כך ש- $CF \perp BE$.

D היא נקודה על CE כך ש- $CD = ED$

(ראה ציור).

המשך FD חותך את AB בנקודה G .

נתון: $EA = 4$ ס"מ, $ED = 3$ ס"מ,

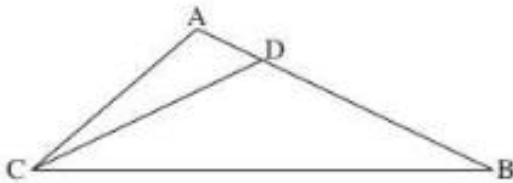
EB חוצה זווית AEC .

א. הוכח כי $\triangle EDF \sim \triangle BAE$.

ב. הוכח כי המרובע $AGDE$ הוא מקבילית.

ג. שטח המשולש EDF הוא S .

הבע באמצעות S את שטח המשולש BGF . נמק.



5. הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC

כך ש- $AD = \frac{1}{3}AC$ (ראה ציור).

נתון: $\angle ACD = 15^\circ$,

הזווית ADC היא זווית חדה.

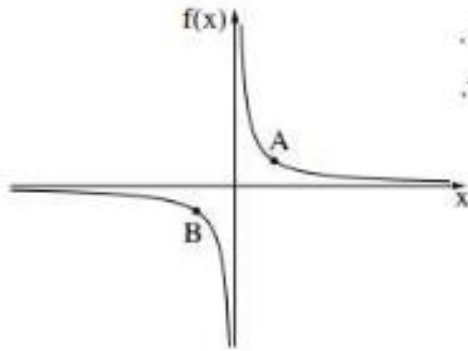
א. חשב את גודל הזווית ADC .

נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ($CD = DB$) ושטחו שווה ל-40.

ב. חשב את אורך הקטע AD .

הנקודה P היא אמצע הקטע CD .

ג. חשב את אורך הקטע PB .



7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x}$, המוגדרת לכל $x \neq 0$.

הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בציור שלפניך.

$$x_A = 1 \quad \text{ו} \quad x_B = -1$$

א. הבע באמצעות z את AB^2 .

ב. (1) בעבור איזה ערך של z הגודל AB^2 הוא מינימלי?

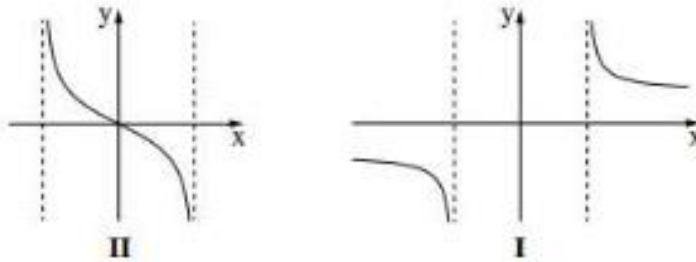
(2) הסתמך על תת-סעיף ב(1) וקבע בעבור איזה ערך של z

אורך הקטע AB הוא מינימלי. נמק.

8. לפניך סרטוטים של שני גרפים, I ו-II. כל אחד מן הגרפים מתאר גרף נגזרת של פונקציה אחרת.

גרף I אינו חותך את הצירים כלל; נקודת החיתוך היחידה של גרף II עם הצירים היא הנקודה $(0, 0)$.

לכל אחד משני הגרפים יש אסימפטוטות אנכיות שמשוואותיהן הן $x = \pm 2$.



א. הסתמך על הגרפים I ו-II ובעבור כל אחד מהם מצא מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה שאת הנגזרת שלה הוא מתאר.

נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2-4}$. כל אחד מן הגרפים I ו-II מתאר את פונקציית הנגזרת של אחת מן הפונקציות האלה.

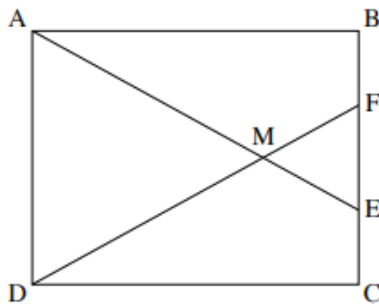
ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(2) התאם בין פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ו- $g'(x)$ ובין הגרפים I ו-II. נמק.

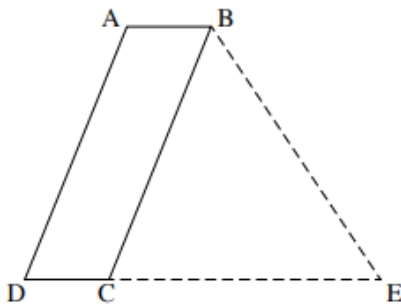
ג. ענה על סעיף ג בעבור כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



4. המרובע ABCD הוא מלבן.
 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע BC, כמתואר בציור.
 הקטעים AE ו-DF נחתכים בנקודה M.
 א. הוכח: $\Delta AMD \sim \Delta EMF$.
 נתון: $AE = DF$.
 ב. הוכח: $BF = EC$.
 נתון: $AD = 10$, $FB = 3$.
 ג. חשב את היחס: $\frac{DF}{DM}$.



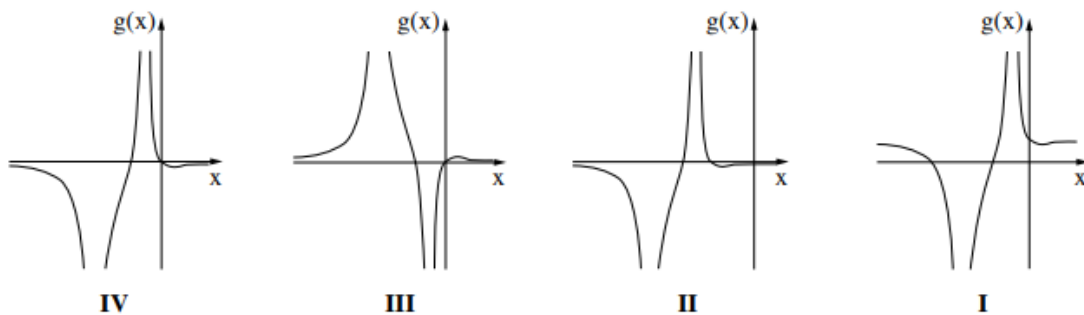
5. נתונה מקבילית ABCD, כמתואר בציור.
 נתון: $\angle ABC = 68^\circ$, $AB = a$, $AD = 3a$, $BD = 28$.
 א. מצא את a .
 ב. חשב את זווית המשולש DBC.
 הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.
 נתון: שטח המשולש BED הוא 356.
 ג. מצא את אורך הקטע CE.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-1}{x+2} + \frac{k}{x+6}$. k הוא פרמטר.
 נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -3$.
 א. מצא את הפרמטר k .

- הצב $k = 9$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב-ג.
 ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לצירים.
 (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

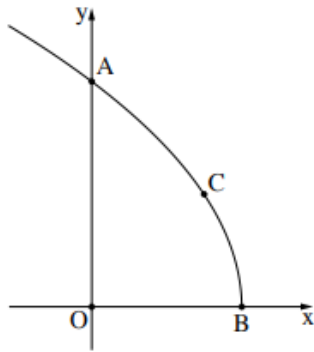
נתונה הפונקציה: $g(x) = f'(x)$.

- ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבע איזה, ונמק את קביעתך.

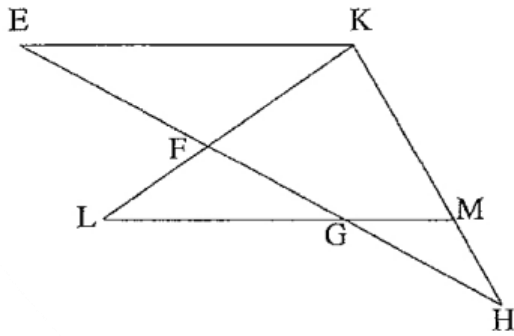


7. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot (2x - 1)$ המוגדרת לכל x .
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \cdot \sqrt{9 - 3x}$.



- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה B . הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון (ראה ציור). הנקודה O היא ראשית הצירים. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C .
- הבע באמצעות t את שטח המשולש AOC ואת שטח המשולש BOC .
- מצא בעבור איזה ערך של t סכום שטחי המשולשים הוא מקסימלי.
 - מצא את הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים.



4. נתון משולש KHE. נקודות M ו-G נמצאות

על הצלעות KH ו-EH בהתאמה

כך ש- $GM \parallel EK$.

נקודה F נמצאת על הצלע EH.

המשכי הקטעים GM ו-FK נגשים

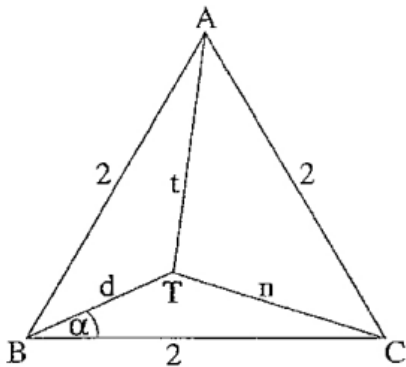
בנקודה L (ראה ציור).

נתון: $\angle KML = \angle KFH$.

א. הוכח כי $\triangle KHE \sim \triangle FLG$.

ב. נתון גם: $\frac{EF}{GE} = \frac{3}{5}$, $EH = 12.5$ ס"מ, $LG = 5$ ס"מ.

(1) מצא את האורך של EK.



6. נתון משולש שווה-צלעות ABC.

נקודה T נמצאת בתוך המשולש (ראה ציור).

נתון: $\angle TBC = \alpha$, $CT = n$ ס"מ,

$AT = t$ ס"מ, $BT = d$ ס"מ.

אורך צלע המשולש הוא 2 ס"מ.

א. הוכח כי $\sin(\alpha - 30^\circ) = \frac{n^2 - t^2}{4d}$.

ב. הבע את שטח המשולש ATC

באמצעות α ו-d.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{6}{x^2 + 3a^2}$. a הוא פרמטר, $a > 0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד ובהן $x = \pm a$.

(1) היעזר בגרף של $f(x)$, והבע באמצעות a את התחום שבו

פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ חיובית, ואת התחום שבו היא שלילית. נמק.

(2) הבע באמצעות a את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f'(x)$, וקבע את סוגן.

9. מחלקים חוט שאורכו k לשני חלקים (לאו דווקא חלקים שווים).

מחלק אחד של החוט יוצרים מעגל ומהחלק האחר יוצרים ריבוע.

סכום השטחים של שתי הצורות הוא מינימלי כאשר היקף המעגל הוא $\frac{5\pi}{\pi + 4}$.

מצא את הערך של k .

$$P_o = 2\pi R$$

$$S_o = \pi R^2$$