

חוברת קיץ לעולים לכיתה י"א' 4 יח"ל תשפ"ב

תלמידים יקרים שימו לב!

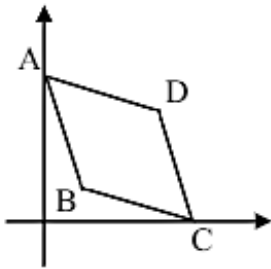
- ❖ חוברת הקיץ מכילה את כל הנושאים שלמדנו במהלך שנה"ל תשפ"א.
- ❖ מטרת חוברת הקיץ היא להכין אתכם באופן מיטבי לשנה"ל הבאה.
- ❖ מועד הגשת חוברת הקיץ תהיה בשבוע האחרון לחופשה.
- ❖ את הפתרונות יש לפתור במחברת ולהגישה **בקלסרום**.
- ❖ הציון על חוברת הקיץ יהווה משקל לציון מחצית א'.
- ❖ בתחילת שנה"ל הבאה (תאריך מדויק יינתן בהודעה נפרדת), תתקיים בחינה על הנושאים בחוברת.

**מאחלות לכם חופשה בטוחה ומהנה!
צוות המורות למתמטיקה!**

אנליטית

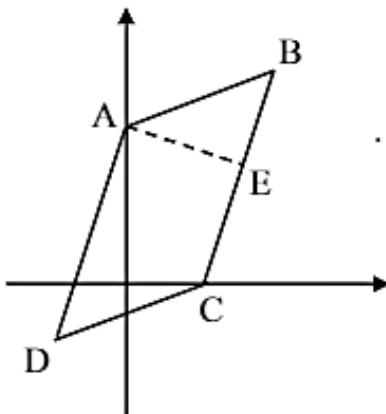
פתרונות בסוף הנושא

שאלה 1



- אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה E (3,3). נתון: D (4,4).
- מצא את שיעורי הקדקוד B.
 - מצא את משוואת האלכסון AC.
 - נתון: הקדקוד A נמצא על ציר ה-y והקדקוד C נמצא על ציר ה-x. מצא את שיעורי הנקודות A ו-C.
 - חשב את שטח המעוין.
 - חשב את היקף המעוין.

שאלה 2

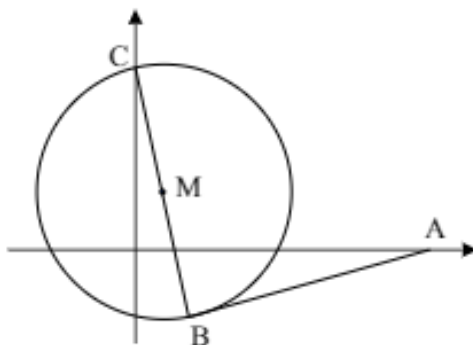


- במקבילית ABCD, הקדקודים A ו-C נמצאים על ציר ה-y ועל ציר ה-x בהתאמה. הישר AE הוא הגובה לצלע BC ומשוואתו $y = -\frac{1}{3}x + 4$.

משוואת הצלע CD היא: $y = \frac{x}{2} - 1$.

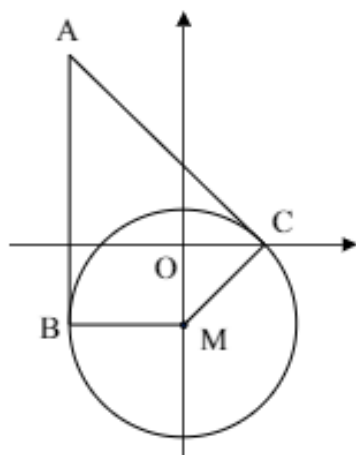
- מצא את שיעורי קדקודי המקבילית.
- חשב את שטח המקבילית.
- מצא את משוואת קטע האמצעים ב- $\triangle ABE$, המקביל לצלע BE.

שאלה 3



- לפניך שרטוט של מעגל שמרכזו בנקודה M. ישר החותך את ציר ה-x בנקודה A (10,0) משיק למעגל בנקודה B (2,-2). הקוטר העובר בנקודה B חותך את ציר ה-y בנקודה C.
- מצא את:
 - משוואת הקוטר BC.
 - משוואת המעגל.
 - חשב את שטח המשולש $\triangle ABC$.
 - העבירו מעגל נוסף כך שהקטע AC הוא הקוטר שלו. האם הנקודה B נמצאת בתוך המעגל הנוסף, על המעגל או מחוץ לו? נמק את תשובתך.

שאלה 4



בשרטוט מופיע מעגל שמרכזו בנקודה M הנמצאת על ציר ה- y .
מהנקודה A הנמצאת מחוץ למעגל יוצאים שני ישרים המשיקים
למעגל בנקודה B ובנקודה C(6,0). משוואת הישר AB היא $x = -10$.

א. חשב את אורך הקטע OM.

ב. מצא את:

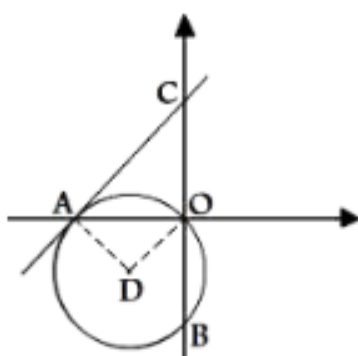
1. משוואת המעגל.

2. משוואת המשיק AC.

ג. ראשית הצירים בנקודה O.

חשב את אורך הרדיוס במעגל החוסם את המשולש ΔCMO .

שאלה 5



מעגל שמרכזו בנקודה D עובר בראשית הצירים O וחותך את ציר ה- x
בנקודה A. מהנקודה A יוצא המשיק למעגל וחותך את ציר ה- y
בנקודה C. משוואת המשיק AC היא: $y = 3x + 18$.

שטח המשולש ΔADO הוא 3 יח"ר.

א. מצא את:

1. שיעורי הנקודה D.

2. משוואת המעגל.

ב. המעגל חותך את ציר ה- y גם בנקודה B. קבע האם הנקודה B נמצאת על המשך הרדיוס AD. נמק.

ג. חשב את שטח המשולש $\Delta ABCD$.

תשובות

שאלה 1: א. $B(2,2)$. ב. $y = -x + 6$. ג. $A(0,6), C(6,0)$. ד. 12 יח"ר. ה. $8\sqrt{5} = 17.89$ יח' אורך.

שאלה 2: א. $A(0,4), B(4,6), C(2,0), D(-2,-2)$. ב. 20 יח"ר. ג. $y = 3x - 1$.

שאלה 3: א. 1 $y = -4x + 6$ 2 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 17$. ב. 34 יח"ר. ג. על המעגל.

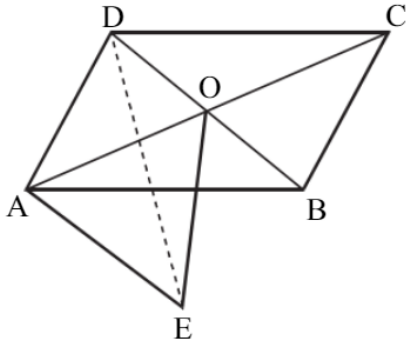
שאלה 4: א. 8 יח'. ב. 1 $x^2 + (y+8)^2 = 100$ 2 $y = -\frac{3}{4}x + 4.5$. ג. 5 יח'.

שאלה 5: א. 1 $(-5,-1)$ 2 $(x+5) + (y+1) = 10$. ב. נכון. הזווית ההיקפית הנשענת על חמיתר AB

טריגונומטריה

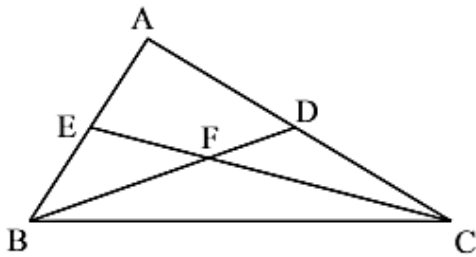
פתרונות גם בסוף הנושא

שאלה 1



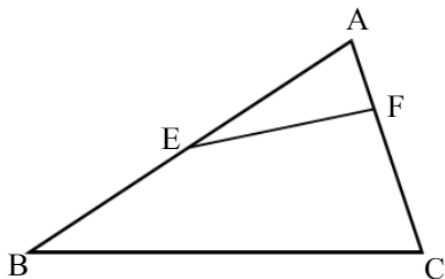
נתונה מקבילית ABCD. אורכי האלכסונים הם $BD = 40$ ס"מ, $AC = 50$ ס"מ. אורך הצלע הקטנה הוא $AD = 18$ ס"מ. על חצי האלכסון AO בנו משולש שווה-צלעות AOE. חשב את אורך הקטע DE. **תשובה:** 35.95 ס"מ.

שאלה 2



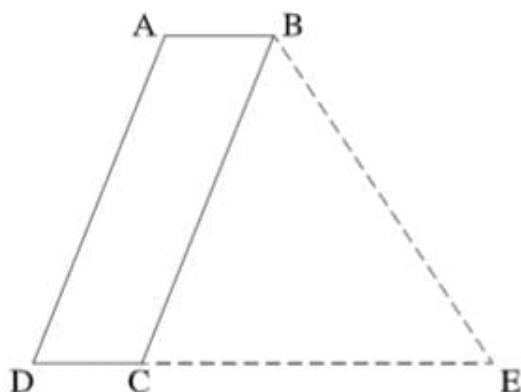
במשולש $\triangle ABC$ אורכי התיכונים BD ו-CE הנחתכים בנקודה F הם בהתאמה $3a$ ו- $4.5a$. נתון: $\angle DFC = 29^\circ$. הזוויות $\angle BDC$ ו- $\angle BEC$ קהות. א. הבע באמצעות a את:
1. אורך הצלע BC.
2. היקף המשולש $\triangle ABC$.
ב. נתון: היקף המשולש $\triangle ABC$ הוא 20 ס"מ. חשב את שטח המשולש $\triangle BCF$.

שאלה 3



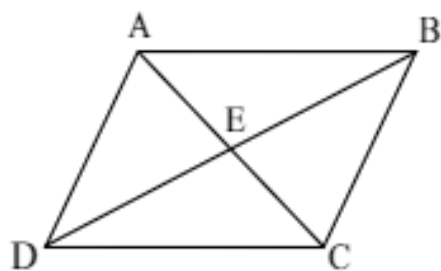
במשולש ABC: $AB = 6$ ס"מ, $AC = 3$ ס"מ. F היא נקודה על הצלע AC כך ש- $AF = 1$ ס"מ. ונקודה E היא אמצע הצלע AB. נתון: $BC = 2EF$. חשב את הזווית BAC. **תשובה:** 65.38° .

שאלה 4



- נתונה מקבילית ABCD, כמתואר בציור.
נתון: $BD = 28$, $AD = 3a$, $AB = a$, $\angle ABC = 68^\circ$.
- מצא את a .
 - חשב את זווית המשולש DBC.
 - הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור. נתון: שטח המשולש BED הוא 356.
ג. מצא את אורך הקטע CE.

שאלה 5



- נתונה המקבילית ABCD שאלכסוניה נחתכים בנקודה E.
נסמן: $AB = m$, $\angle BDC = \alpha$, $\angle BAC = \beta$.
- הבע באמצעות α , β ו- m את שטח המקבילית.
 - נתון: $\beta = 31^\circ$, $\alpha = 14^\circ$. שטח המקבילית הוא 34 סמ"ר.
חשב את אורכי אלכסוני המקבילית.

תשובות

- שאלה 2: א. 1. $4.85a$. 2. $11.21a$. ג. 4.61 סמ"ר.
- שאלה 4: א. $a = 8$. ב. $112^\circ, 15.36^\circ, 52.64^\circ$. ג. 24
- שאלה 5: א. $\frac{2m^2 \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$. ב. $BD = 14.31$ ס"מ, $AC = 6.72$ ס"מ.

אנליזה - חקירת פונקציות

פתרונות בסוף הנושא

שאלה 1

$$\text{נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{9-x^2}{x^2+1}$$

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודת הקיצון ואת סוגה.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 5. האסימפטוטה.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא לאילו ערכי k , תהיה לישר $y = k$ נקודת חיתוך אחת עם גרף הפונקציה.
- ד. קבע האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי זוגית. נמק.

שאלה 2

$$\text{נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{x^2+4x-12}{x-3}$$

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 5. האסימפטוטה.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - c$. מצא עבור אילו ערכי c גרף הפונקציה ישק לציר ה- x .

שאלה 3

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{36x}{x^2 - 10x + a}$. אחת האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ היא הישר $x=2$.

א. מצא את a .

ב. הצב $a=16$ ועבור הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. שיעורי נקודת החיתוך עם הצירים.

2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. האסימפטוטות הנוספות המקבילות לצירים.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$.

מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

שאלה 4

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(x+m)^2}{x^2 + 2m^2}$. נתון: $0 < m$.

בסעיפים הבאים ניתן להשתמש בתשובות, במידת הצורך, בפרמטר m .

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים. 4. תחומי העלייה והירידה.

5. האסימפטוטה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

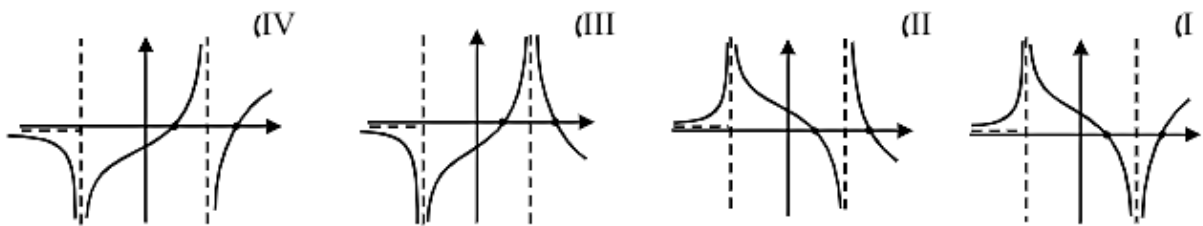
ג. הישר העובר דרך שתי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$, מאונך לישר $-6x+7$.

מצא את m .

שאלה 5

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-10}{x^2-b^2}$. נתון: $0 < b$.

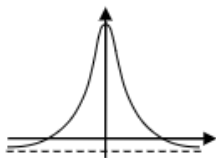
- א. הבע באמצעות b , במידת הצורך, את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$.
 ב. נתון שהמרחק בין האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה הוא 12 יח' אורך. מצא את b .
 ג. הצב $b = 6$ ועבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.



תשובות

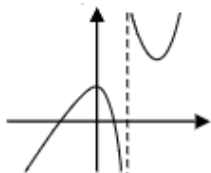
שאלה 1:

- א. (1) כל x . (2) $\max(0,9)$. (3) $(-3,0), (0,9), (3,0)$. (4) עולה: $x < 0$; יורדת: $0 < x$.
 ב. $y = -1$. ג. $k = 9$. ד. זוגית.



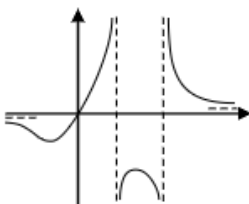
שאלה 2:

- א. (1) $x \neq 3$. (2) $\max(0,4), \min(6,16)$. (3) $(-6,0), (0,4), (2,0)$.
 ב. השרטוט משמאל. ג. $c = 4, 16$.
 ד. עולה: $x < 0$ או $6 < x$; יורדת: $0 < x < 3$ או $3 < x < 6$. (5) $x = 3$.



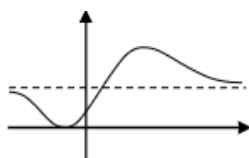
שאלה 3:

- א. $a = 16$. ב. (1) $(0,0)$. (2) $\min(-4,-2), \max(4,-18)$. (3) $x = 8, y = 0$. ג.
 ד. $\max(-4,2), \min(4,18)$.



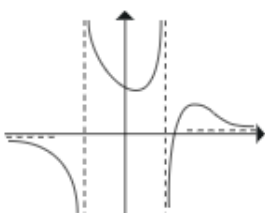
שאלה 4:

- א. (1) כל x . (2) $\min(-m,0), \max(2m,1.5)$. (3) $(-m,0), (0,0.5)$.
 ב. השרטוט משמאל. ג. $m = 3$.
 ד. עלייה: $-m < x < 2m$, ירידה: $x < -m$ או $x > 2m$. (5) $y = 1$.



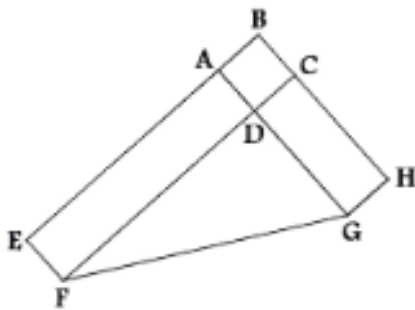
שאלה 5:

- א. $y = 0, x = -b, x = b$. ב. $b = 6$.
 ג. (1) $\min(2, 0.25), \max(18, 0.02)$. (2) $(0,0.28), (10,0)$. ד. השרטוט:
 ה. גרף III.



בעיות מינימום ומקסימום (ערך קיצון)

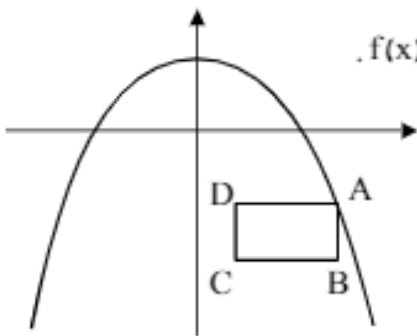
שאלה 1



- בשרטוט נתון: ABCD ריבוע. שטח המלבן ADFE הוא 18 סמ"ר.
שטח המלבן CDGH הוא 9 סמ"ר. נסמן: $AB = x$.
א. הבע באמצעות x את שטח המחומש BEFGH.
ב. מצא את אורכו של הקטע AB, שעבורו שטח המחומש BEFGH הוא מינימלי.
ג. כאשר שטח המחומש BEFGH הוא מינימלי, חשב את היקפו של המלבן ABHG.

א. $x^2 + \frac{81}{x^2} + 27$. ב. 3 ס"מ. ג. 18 ס"מ.

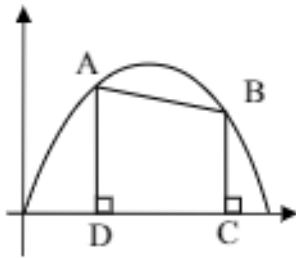
שאלה 2



- הנקודה A שיעור ה- x שלה חיובי, נמצאת על גרף הפונקציה: $f(x) = 3 - x^2$.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A באמצעות t . נתון: $C(1, -5)$.
צלעות המלבן ABCD מקבילות לצירים כמתואר בשרטוט.
א. הבע באמצעות t את שטח המלבן ABDC.
ב. מצא את ערכו של t , עבורו שטח המלבן הוא מקסימלי.
ג. כאשר שטח המלבן מקסימלי, חשב את היקפו של המלבן.

א. $S = -t^3 + t^2 + 8t - 8$. ב. $t = 2$. ג. 10 יח' אורך.

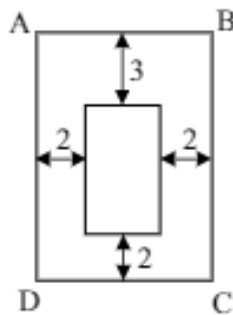
שאלה 3



הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפרבולה $y = -x^2 + 15x$ ברביע הראשון הורידו אנכים לציר ה-x מהנקודות A ו-B כך שהתקבל הטרפז ABCD כמתואר בשרטוט. נסמן: $x_A = t$ (שיעור ה-x של הנקודה A הוא t). נתון ששיעור ה-x של הנקודה B גדול פי 3 משיעור ה-x של הנקודה A. א. הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B. ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה יהיה שטח הטרפז ABCD מקסימלי. ג. כאשר שטח הטרפז ABCD הוא מקסימלי, מהו שיפוע הישר AB?

א. $B(3t, -9t^2 + 45t)$. ב. $A(4, 44)$. ג. -1

שאלה 4



בתוך מלבן ABCD חסום מלבן. צלעותיו של המלבן הפנימי מקבילות לצלעות המלבן ABCD. האורכים נתונים בשרטוט. שטח המלבן הפנימי הוא 5 סמ"ר. א. מצא את אורכי צלעותיו של המלבן הפנימי, שעבורן יהיה שטח המלבן החיצוני מינימלי. ב. חשב את השטח המינימלי של המלבן החיצוני.

א. 2 ס"מ, 2.5 ס"מ. ב. 45 סמ"ר.

שאלה 5

לפניכן הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = 6x + 6, \quad g(x) = -x^2 + 21$$

הנקודה A נמצאת על הגרף של $f(x)$ והנקודה D נמצאת על הגרף של $g(x)$. הנקודות B ו-C נמצאות על ציר y כך שנוצר מלבן ABCD.

א. מצאו את השטח המקסימלי של המלבן הנוצר בדרך זו. ב. חשבו את שטח המשולש BEA הנוצר בדרך זו.

א. 8 יח"ר. ב. 3 יח"ר

